DITTO WS

Reg. No. : ....

Name : ....

S-2275

SECOND YEAR HIGHER SECONDARY
SAY / IMPROVEMENT EXAMINATION, JUNE – 2023

Part – III

Time : 2½ Hours

MATHEMATICS (SCIENCE)

Cool-off time : 15 Minutes

Maximum : 80 Scores

(Hearing Impaired)

General Instructions to Candidates :

- There is a 'Cool-off time' of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the 'Cool-off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമേ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും.
- 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നല്കിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

DITTO WS

Answer any 6 questions from 1 to 8. Each carries 3 scores. **$(6 \times 3 = 18)$**

1. Find fog(x) if f(x) = cos x, g(x) = x^3.

2. Construct a 2×2 matrix $A = [a_{ij}]$ whose elements are given by $a_{ij} = i + 2j$.

3. Evaluate : $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$.

4. Find the value of k so that the function $f(x) = \begin{cases} kx, & \text{if } x \le 2 \\ 4, & \text{if } x > 2 \end{cases}$ is continuous at $x = 2$.

5. Find $\frac{dy}{dx}$ if $3x + 4y = \sin x$.

6. The radius of a circle is increasing at the rate of 5 cm/sec. Find the rate at which the area of the circle is increasing when the radius is 10 cm.

7. (i) Order of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} - 3y = 0$ is ________. **(1)**

   (a) 2 (b) 1

   (c) 4 (d) 5

   (ii) Verify that the function $y = \cos x + C$ is a solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} + \sin x = 0$. **(2)**

8. Find the equation of the line which passes through the point (1, 1, 1) and is parallel to the vector $2\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$.

1 മുതൽ 8 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 3 സ്കോർ വീതം. **($6 \times 3 = 18$)**

1. $f(x) = \cos x$, $g(x) = x^3$ ആയാൽ $fog(x)$ കാണുക.

2. $a_{ij} = i + 2j$ ആകത്തക്ക വിധം $A = [a_{ij}]$ എന്ന 2×2 മാട്രിക്സ് നിർമ്മിക്കുക.

3. $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$ ന്റെ വില കാണുക.

4. $f(x) = \begin{cases} kx, & \text{if } x \leq 2 \\ 4, & \text{if } x > 2 \end{cases}$ എന്ന ഫങ്ഷൻ $x = 2$ ൽ കണ്ടിന്യൂവസ് ആയാൽ k യുടെ വില കാണുക.

5. $3x + 4y = \sin x$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കാണുക.

6. ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 5 cm/sec എന്ന നിരക്കിൽ വർദ്ധിക്കുന്നു. വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 10 cm ആകുമ്പോൾ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ വർദ്ധനവിന്റെ നിരക്ക് കാണുക.

7. (i) $\frac{d^2y}{dx^2} - 3y = 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വേഷന്റെ ഓർഡറാണ് ________. **(1)**

   (a) 2 (b) 1

   (c) 4 (d) 5

   (ii) $\frac{dy}{dx} + \sin x = 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വേഷന്റെ പരിഹാരമാണ് $y = \cos x + C$ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. **(2)**

8. (1, 1, 1) എന്ന ബിന്ദുവിൽ കുടി കടന്നു പോകുന്നതും $2\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ എന്ന വെക്ടറിന് സമാന്തരവുമായ വരയുടെ സമവാക്യം കാണുക.

Answer any 8 questions from 9 to 18. Each carries 4 scores. **(8 × 4 = 32)**

9. Let $*$ be a binary operation on the set Q of rational numbers defined by $a * b = a + b$.

Show that

(i) $*$ is commutative **(2)**

(ii) $*$ is associative **(2)**

10. (i) Principal value of $\tan^{-1}(1) =$ ________. **(1)**

(a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{6}$

(c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

(ii) Find the value of $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ **(2)**

(iii) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y =$ _______. **(1)**

11. If $x = at^2$ and $y = 2at$, then find

(i) $\frac{dy}{dt}$ **(1)**

(ii) $\frac{dx}{dt}$ **(1)**

(iii) $\frac{dy}{dx}$ **(2)**

DITTO WS

9 മുതൽ 18 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 8 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക. 4 സ്കോർ വീതം. **(8 × 4 = 32)**

9. $a * b = a + b$ എന്നത് Q എന്ന റാഷണൽ സംഖ്യകളുടെ സെറ്റിൽ നിർവ്വചിച്ചിരിക്കുന്ന * എന്ന ബൈനറി ഓപ്പറേഷൻ ആണെന്നിരിക്കട്ടെ.

   (i) * കമ്മ്യൂട്ടേറ്റീവ് ആണ് **(2)**

   (ii) * അസ്സോസിയേറ്റീവ് ആണ് **(2)**

   എന്നിവ തെളിയിക്കുക.

10. (i) $\tan^{-1}(1)$ ന്റെ പ്രിൻസിപ്പൽ വാല്യൂ = ________. **(1)**

   (a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{6}$

   (c) $\frac{\pi}{3}$ (d) $\frac{\pi}{2}$

   (ii) $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ ന്റെ വില കാണുക. **(2)**

   (iii) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y$ = ________. **(1)**

11. $x = at^2$, $y = 2at$ ആയാൽ

   (i) $\frac{dy}{dt}$ **(1)**

   (ii) $\frac{dx}{dt}$ **(1)**

   (iii) $\frac{dy}{dx}$ **(2)**

   എന്നിവ കാണുക.

DITTO WS

12. Match the following :

	(A)		(B)	
(i)	$\int \cos x \, dx$	(a)	$\log \lvert x^2 - 1 \rvert + C$	**(1)**
(ii)	$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} \, dx$	(b)	$\tan^{-1} x + C$	**(1)**
(iii)	$\int \frac{1}{1 + x^2} \, dx$	(c)	$\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + C$	**(1)**
(iv)	$\int \frac{2x}{x^2 - 1} \, dx$	(d)	$\sin x + C$	**(1)**

13. Find the area of the region bounded by the curve $y^2 = x$ and the lines $x = 1$, $x = 4$ and the X-axis in the first quadrant.

14. Find the general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = (1 + x^2)(1 + y^2)$.

15. If $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, then find

(i) $\vec{a} + \vec{b}$ **(1)**

(ii) $\vec{a} - \vec{b}$ **(1)**

(iii) $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})$ **(2)**

16. Find the shortest distance between the lines whose vector equations are

$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ and $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$

12. ചേരുംപടി ചേർക്കുക :

	(A)		(B)	
(i)	$\int \cos x \, dx$	(a)	$\log \lvert x^2 - 1 \rvert + C$	**(1)**
(ii)	$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx$	(b)	$\tan^{-1} x + C$	**(1)**
(iii)	$\int \frac{1}{1+x^2} dx$	(c)	$\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + C$	**(1)**
(iv)	$\int \frac{2x}{x^2 - 1} dx$	(d)	$\sin x + C$	**(1)**

13. $y^2 = x$ എന്ന കർവും $x = 1$, $x = 4$ എന്നീ വരകളും X-അക്ഷവും നിർണ്ണയിക്കുന്ന ഒന്നാം ക്വാഡ്രന്റിലെ ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.

14. $\frac{dy}{dx} = (1 + x^2)(1 + y^2)$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വേഷന്റെ പൊതു പരിഹാരം കാണുക.

15. $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ ഉം $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ഉം ആയാൽ

(i) $\vec{a} + \vec{b}$ **(1)**

(ii) $\vec{a} - \vec{b}$ **(1)**

(iii) $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})$ **(2)**

എന്നിവ കാണുക.

16. $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$, $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$ എന്നീ വെക്ടർ ഇക്വേഷനുകൾ ഉള്ള വരകളുടെ ഇടയ്ക്കുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ അകലം കാണുക.

17. Find the equation of the plane passing through the points (2, 5, –3), (–2, –3, 5) and (5, 3, –3).

18. If $P(A) = \frac{6}{11}$, $P(B) = \frac{5}{11}$ and $P(A \cup B) = \frac{7}{11}$, then find

(i) $P(A \cap B)$ **(2)**

(ii) $P(A/B)$ **(2)**

Answer any 5 questions from 19 to 25. Each carries 6 scores. (5 × 6 = 30)

19. (i) If $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, then find AB. **(2)**

(ii) Express the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrix. **(4)**

20. (i) Find the value of x, if $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 3 \\ 2x & 5 \end{vmatrix}$. **(2)**

(ii) Solve the system of equations **(4)**

$2x + 5y = 1$

$3x + 2y = 7$

using matrix method.

21. (i) Considering the curve $y = x^2 + x + 1$, find

(a) Slope of tangent at $x = 2$ **(2)**

(b) Slope of normal at $x = 2$. **(1)**

(ii) Find the intervals in which the function $f(x) = x^2 + 2x - 5$ is strictly increasing or decreasing. **(3)**

17. (2, 5, –3), (–2, –3, 5), (5, 3, –3) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽക്കൂടി കടന്നു പോകുന്ന പ്ലയിനിന്റെ സമവാക്യം കാണുക.

18. $P(A) = \frac{6}{11}, P(B) = \frac{5}{11}, P(A \cup B) = \frac{7}{11}$ ഉം ആയാൽ

(i) $P(A \cap B)$ **(2)**

(ii) P(A/B) ഇവ കാണുക. **(2)**

19 മുതൽ 25 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക. 6 സ്കോർ വീതം. **(5 × 6 = 30)**

19. (i) $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ആയാൽ AB കാണുക. **(2)**

(ii) $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ എന്ന മാട്രിക്സിനെ ഒരു സിമട്രിക് മാട്രിക്സിന്റെയും ഒരു സ്ക്യൂസിമട്രിക് മാട്രിക്സിന്റെയും തുകയായി എഴുതുക. **(4)**

20. (i) $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 3 \\ 2x & 5 \end{vmatrix}$ ആയാൽ x ന്റെ വില കാണുക. **(2)**

(ii) $2x + 5y = 1$

$3x + 2y = 7$

എന്ന സമവാക്യകൂട്ടത്തിന്റെ പരിഹാരം മാട്രിക്സ് രീതി ഉപയോഗിച്ച് കാണുക. **(4)**

21. (i) $y = x^2 + x + 1$ എന്ന കർവ് പരിഗണിച്ചു കൊണ്ട്.

(a) $x = 2$ ലെ ടാൻജന്റിന്റെ സ്ലോപ്പ് **(2)**

(b) $x = 2$ ലെ നോർമലിന്റെ സ്ലോപ്പ് എന്നിവ കാണുക. **(1)**

(ii) $f(x) = x^2 + 2x - 5$ എന്ന ഫങ്ഷൻ സ്ട്രിക്റ്റിലി ഇൻക്രീസിംഗ് അല്ലെങ്കിൽ ഡിക്രീസിംഗ് ആകുന്ന ഇന്റർവലുകൾ കാണുക. **(3)**

22. (i) Find $\int \frac{2x}{\sqrt{9+x^2}} dx$. **(3)**

(ii) Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^5 x}{\sin^5 x + \cos^5 x} dx$. **(3)**

23. (i) Find the unit vector in the direction of the vector $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$. **(3)**

(ii) Find the projection of the vector $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$ on the vector $\vec{b} = 7\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$. **(3)**

24. Solve the following linear programming problem graphically :

Minimize $z = -3x + 4y$

subject to $x + 2y \leq 8$

$3x + 2y \leq 12$

$x \geq 0, y \geq 0$ **(6)**

25. A random variable 'X' has the following probability distribution :

X	1	2	3	4
P(X)	k	2k	3k	2k

Determine :

(i) k **(2)**

(ii) $P(X < 3)$ **(2)**

(iii) $P(X \geq 3)$ **(2)**

22. (i) $\int \frac{2x}{\sqrt{9+x^2}}$ dx കാണുക. **(3)**

(ii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^5 x}{\sin^5 x + \cos^5 x}$ dx ന്റെ വില കാണുക. **(3)**

23. (i) $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ എന്ന വെക്ടറിന്റെ ദിശയിലുള്ള യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കാണുക. **(3)**

(ii) $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} + 7\hat{k}$ എന്ന വെക്ടറിന് $\vec{b} = 7\hat{i} - \hat{j} + 8\hat{k}$ എന്ന വെക്ടറിലേയ്ക്കുള്ള പ്രൊജക്ഷൻ കാണുക. **(3)**

24. ചുവടെ ചേർത്തിരിക്കുന്ന ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രോബ്ലത്തിന്റെ പരിഹാരം ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടെത്തുക. :

Minimize $z = -3x + 4y$

subject to $x + 2y \leq 8$

$3x + 2y \leq 12$

$x \geq 0, y \geq 0$ **(6)**

25. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത് 'X' എന്ന റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷനാണ്:

X	1	2	3	4
P(X)	k	2k	3k	2k

(i) k **(2)**

(ii) $P(X < 3)$ **(2)**

(iii) $P(X \geq 3)$ **(2)**

എന്നിവ കാണുക.