Reg. No. : ....

Name : ....

S-2254

SECOND YEAR HIGHER SECONDARY
SAY / IMPROVEMENT EXAMINATION, JUNE – 2023

Part – III

Time : 2½ Hours

MATHEMATICS (SCIENCE)

Cool-off time : 15 Minutes

Maximum : 80 Scores

General Instructions to Candidates :

- 15 minutes is given as cool off time in addition to 2½ hours of exam time.
- Use the ‘Cool-off time’ to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- പരീക്ഷാ സമയമായ 2½ മണിക്കൂർ കൂടാതെ 15 മിനിറ്റ് സമാശ്വാസ സമയം ഉണ്ടാകും.
- ‘കൂൾ ഓഫ് ടൈം’ ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നല്കിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

Answer any 6 questions from 1 to 8. Each carries 3 scores. **$(6 \times 3 = 18)$**

1\. (i) If a matrix has 6 elements, then the order of the matrix can be ________.

(a) 3×3 (b) 2×3

(c) 7×1 (d) 4×2 **(1)**

(ii) Find the values of x, y and z if $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ x & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2y & z-1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$. **(2)**

2\. Check whether the relation R in the set {1, 2, 3, 4} given by

R = {(1, 2), (2, 2), (1, 1), (4, 4), (1, 3), (3, 3), (3, 2)} is reflexive, symmetric or transitive.

3\. (i) Let A be a square matrix of order 5, then | kA | is ______.

(a) | A | (b) k| A |

(c) k^5| A | (d) 5| A | **(1)**

(ii) What is the area of the triangle with vertices at the points (1, 1), (1, –1) and (2, 1) ? **(2)**

4\. (i) $\frac{d}{dx}(n) =$ _______.

(a) 1 (b) 0

(c) x (d) –1 **(1)**

(ii) Find $\frac{dy}{dx}$ if $2x + 3y = \sin x$. **(2)**

5\. If $y = 5 \cos x - 3 \sin x$, prove that $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$.

DITTO WS

1 മുതൽ 8 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.

3 സ്കോർ വീതം. **($6 \times 3 = 18$)**

1. (i) 6 ഇലമെന്റുകൾ ഉള്ള ഒരു മാട്രിക്സിന്റെ ഓർഡർ താഴെ തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ ഏതാണ് ________.

   (a) 3×3 (b) 2×3

   (c) 7×1 (d) 4×2 **(1)**

   (ii) $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ x & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2y & z-1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ ആണെങ്കിൽ x, y, z എന്നിവയുടെ വിലകൾ കാണുക. **(2)**

2. ഗണം {1, 2, 3, 4} ലെ ഒരു ബന്ധം

   R = {(1, 2), (2, 2), (1, 1), (4, 4), (1, 3), (3, 3), (3, 2)} ആണ്. ഈ ബന്ധം റിഫ്ലക്സീവ് ആണോ സിമട്രിക് ആണോ ട്രാൻസിറ്റീവ് ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക.

3. (i) A ഒരു സ്ക്വയർ മാട്രിക്സ് ആണ്. അതിന്റെ ഓർഡർ 5 ആണ്. എങ്കിൽ | kA |-ൽ _______ ആണ്.

   (a) | A | (b) k| A |

   (c) k^5| A | (d) 5| A | **(1)**

   (ii) (1, 1), (1, –1), (2, 1) എന്നീ ബിന്ദുകൾ ശീർഷങ്ങളായിട്ടുള്ള ത്രികോണത്തിന്റെ ഏരിയ എത്രയാണ്? **(2)**

4. (i) $\frac{d}{dx}(n) =$ _______.

   (a) 1 (b) 0

   (c) x (d) –1 **(1)**

   (ii) $2x + 3y = \sin x$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കാണുക. **(2)**

5. $y = 5 \cos x - 3 \sin x$ ആയാൽ $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.

6. (i) Which of the following function is increasing for all values of x in its domain ?

(a) $\sin x$ (b) $\log x$

(c) x^2 (d) $|x|$ **(1)**

(ii) Find the rate of change of area of a circle with respect to its radius r when r = 5 cm. **(2)**

7. (i) Order of the differential equation $xy\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - y\frac{dy}{dx} = 0$ is ________.

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) 4 **(1)**

(ii) Solve the differential equation $x^2\frac{dy}{dx} - 2xy = 0$. **(2)**

8. Find the Vector and Cartesian equation of the line through the point (1, 2, 3) and is parallel to the vector $3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$.

Answer any 8 questions from 9 to 18. Each carries 4 scores. **(8 × 4 = 32)**

9. (i) $\hat{i} \times \hat{i} =$ ________. **(1)**

(a) $\hat{i}$ (b) $\hat{j}$

(c) $\hat{k}$ (d) $\vec{0}$

(ii) Prove that $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} + \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{0}$. **(3)**

10. Find the shortest distance between the pair of lines $\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4}$ and $\frac{x+5}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{2}$.

DITTO WS

6. (i) ഡൊമെയ്നിലെ എല്ലാ x വിലകൾക്കും ഇൻക്രീസിംഗ് ആയിട്ടുള്ള ഫംഗ്ഷൻ താഴെതന്നിരിക്കുന്നവയിൽ ഏതാണ്.

(a) $\sin x$ (b) $\log x$

(c) x^2 (d) $|x|$ **(1)**

(ii) ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ റേഡിയസ് 5 cm ആകുമ്പോൾ, റേഡിയസ് മാറുന്നതിനനുസരിച്ച് ആവൃത്തത്തിന്റെ ഏരിയയ്ക്കുണ്ടാകുന്ന വ്യതിയാനത്തിന്റെ നിരക്ക് കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

7. (i) $xy\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - y\frac{dy}{dx} = 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വേഷന്റെ ഓർഡർ ________ ആണ്.

(a) 1 (b) 2

(c) 3 (d) 4 **(1)**

(ii) $x^2\frac{dy}{dx} - 2xy = 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വേഷന്റെ പരിഹാരം കാണുക. **(2)**

8. (1, 2, 3) എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂടി കടന്നു പോകുന്നതും $3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ എന്നാ വെക്ടറിന് സമാന്തരമായതും ആയ വരയുടെ വെക്ടർ സമവാക്യവും കാർട്ടീഷ്യൻ സമവാക്യവും കണ്ടുപിടിക്കുക.

9 മുതൽ 18 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 8 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 4 സ്കോർ വീതം. **$(8 \times 4 = 32)$**

9. (i) $\hat{i} \times \hat{i} =$ ________. **(1)**

(a) $\hat{i}$ (b) $\hat{j}$

(c) $\hat{k}$ (d) $\vec{0}$

(ii) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) + \vec{b} \times (\vec{c} + \vec{a}) + \vec{c} \times (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{0}$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

10. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4}$, $\frac{x+5}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{2}$ എന്നീ വരകൾക്കിടയിൽ ഉള്ള കുറഞ്ഞ ദൂരം കണ്ടുപിടിക്കുക.

11. Consider the differential equation $x\frac{dy}{dx} + 2y = x^2$.

(i) Find its Integrating Factor **(1)**

(ii) Solve the differential equation. **(3)**

12. (i) A function $f : X \to Y$ is onto if range of f = _______. **(1)**

(ii) If $f(x) = 8x^3$ and $g(x) = x^{\frac{1}{3}}$ find fog and gof. **(3)**

13. (i) $\sin^{-1}(\sin x) = x$ if $x \in$ _______.

(a) $[0, \pi]$ (b) $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

(c) $(0, \pi)$ (d) $\left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ **(1)**

(ii) Prove that $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{2}{11}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$. **(3)**

14. (i) $\int \frac{1}{x}\, dx =$ _________. **(1)**

(ii) Find $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}\, dx$. **(3)**

15. Find the area between the curves $y^2 = x$ and $x^2 = y$.

16. (i) $\frac{d}{dx}(\sin x) =$ ________.

(a) $\sin x$ (b) $-\sin x$

(c) $\cos x$ (d) $-\cos x$ **(1)**

(ii) Find the value of k so that $f(x) = \begin{cases} 3x - 8, & \text{if } x \le 5 \\ 2k, & \text{if } x > 5 \end{cases}$ is continuous at $x = 5$. **(3)**

DITTO WS

11. $x\frac{dy}{dx} + 2y = x^2$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വാവേഷൻ പരിശോധിക്കുക.

(i) അതിന്റെ ഇന്റഗ്രേറ്റിംഗ് ഫാക്റ്റർ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

(ii) ഈ ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വേഷൻ സോൾവ് ചെയ്യുക. **(3)**

12. (i) $f : X \to Y$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ ഓൺടു ആണെങ്കിൽ f ന്റെ റേഞ്ച് _______ ആയിരിക്കും **(1)**

(ii) $f(x) = 8x^3$, $g(x) = x^{\frac{1}{3}}$ ആണെങ്കിൽ fog, gof എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

13. (i) $\sin^{-1}(\sin x) = x$ ആണെങ്കിൽ $x \in$ _______.

(a) $[0, \pi]$ (b) $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

(c) $(0, \pi)$ (d) $\left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ **(1)**

(ii) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{2}{11}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

14. (i) $\int \frac{1}{x}\, dx =$ _________. **(1)**

(ii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+\cos^2 x}\, dx$ ന്റെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

15. $y^2 = x$, $x^2 = y$ എന്നീ കർവുകൾക്കിടയിൽ ഉള്ള ഏരിയ കണ്ടുപിടിക്കുക.

16. (i) $\frac{d}{dx}(\sin x) =$ ________.

(a) $\sin x$ (b) $-\sin x$

(c) $\cos x$ (d) $-\cos x$ **(1)**

(ii) $f(x) = \begin{cases} 3x - 8, & x \le 5 \\ 2k, & x > 5 \end{cases}$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ $x = 5$ ൽ കണ്ടിന്യൂവസ് ആണെങ്കിൽ k യുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

17. (i) If l, m, n are the direction cosines of a line then $l^2 + m^2 + n^2 =$ ________. **(1)**

(ii) Find the equation of the plane passing through the points (2, 5, –3), (–2, –3, 5) and (5, 3, –3). **(3)**

18. (i) Let E be an event of a sample space S of a random experiment then P(S/F) = ________. **(1)**

(ii) If $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{9}{13}$, $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$ then find P(A/B), P(B/A) and $P(A \cup B)$. **(3)**

Answer any 5 questions from 19 to 25. Each carries 6 scores. (5 × 6 = 30)

19. (i) Construct a 3 × 3 matrix A whose $(i, j)^{th}$ element is $G_{ij} = 2i - j$. **(2)**

(ii) Express the above A as the sum of a symmetric and skew symmetric matrix. **(4)**

20. (i) Find the interval in which the function $f(x) = x^2 - 4x + 6$ is strictly decreasing. **(3)**

(ii) Find the absolute maximum and absolute minimum values of the function $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$ on the interval [1, 5]. **(3)**

21. Consider the system of equations

$2x + 3y + 3z = 5$

$x - 2y + z = -4$

$3x - y - 2z = 3$

(i) Write the above system of equations in the matrix form AX = B. **(1)**

(ii) Find | A |. **(1)**

(iii) Find the value of x, y and z using matrix method. **(4)**

22. If $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ then

(i) Find $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$ and $\vec{a} \cdot \vec{b}$ **(3)**

(ii) Find $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})$ **(1)**

(iii) Find a unit vector perpendicular to both $\vec{a} + \vec{b}$ and $\vec{a} - \vec{b}$. **(2)**

17. (i) l, m, n എന്നിവ ഒരു വരയുടെ ഡയറക്ഷൻ കൊസൈൻസുകൾ ആണെങ്കിൽ $l^2 + m^2 + n^2 =$ _______. **(1)**

(ii) (2, 5, –3), (–2, –3, 5), (5, 3, –3) എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂടി കടന്നുപോകുന്ന പ്ലെയിനിന്റെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

18. (i) ഒരു റാൻഡം എക്സ്പെരിമെന്റിന്റെ സാമ്പിൾ സ്പേസ് S ഉം അതിലെ ഒരു ഇവന്റ് E യും ആണെങ്കിൽ P(S/F) = _______ ആയിരിക്കും. **(1)**

(ii) $P(A) = \frac{7}{13}$, $P(B) = \frac{9}{13}$, $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$ ആണെങ്കിൽ P(A/B), P(B/A), $P(A \cup B)$ ഇവ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

19 മുതൽ 25 വരെയുള്ള ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 6 സ്കോർ വീതം. **(5 × 6 = 30)**

19. (i) $(i, j)^{th}$ എലമെന്റ് $G_{ij} = 2i - j$ ആയ A എന്ന 3 × 3 മാട്രിക്സ് രൂപീകരിക്കുക. **(2)**

(ii) മുകളിൽ കിട്ടിയ A എന്ന മാട്രിക്സിനെ ഒരു സിമട്രിക് മാട്രിക്സിന്റെയും ഒരു സ്ക്യൂസിമട്രിക് മാട്രിക്സിന്റെയും തുകയായി എഴുതുക. **(4)**

20. (i) $f(x) = x^2 - 4x + 6$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ സ്ട്രിക്റ്റ്ലി ഡിക്രീസിംഗ് ആകുന്ന ഇന്റർവെൽ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

(ii) $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$ എന്ന ഫംഗ്ഷന് [1, 5]ൽ ഉള്ള അബ്സല്യൂട്ട് മാക്സിമം, അബ്സല്യൂട്ട് മിനിമം വിലകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

21. $2x + 3y + 3z = 5$
$x - 2y + z = -4$
$3x - y - 2z = 3$

എന്നീ സമവാക്യങ്ങൾ പരിഗണിക്കുക.

(i) മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സമവാക്യങ്ങളെ മാട്രിക്സ് രൂപത്തിൽ AX = B എന്ന് എഴുതുക. **(1)**

(ii) | A | കാണുക. **(1)**

(iii) മാട്രിക്സ് രീതി ഉപയോഗിച്ച് x, y, z എന്നിവയുടെ വില കാണുക. **(4)**

22. $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ ആയാൽ

(i) $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ഇവ കാണുക. **(3)**

(ii) $(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{a} - \vec{b})$ കാണുക. **(1)**

(iii) $\vec{a} + \vec{b}$ യ്ക്കും $\vec{a} - \vec{b}$ യ്ക്കും ലംബമായ ഒരു യൂണിറ്റ് വെക്റ്റർ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(2)**

DITTO WS

23. (i) Two events E and F are such that P(E) = 0.6, P(F) = 0.2, P(E $\cup$ F) = 0.68. Are E and F independent ? **(2)**

(ii) Bag-I contains 5 red and 3 black balls while another Bag-II contains 3 red and 7 black balls. One ball is drawn at random from one of the bags and it is found to be red. Find the probability that it was drawn from Bag-II. **(4)**

24. (i) Find $\int \frac{x}{(x+1)(x+2)}\, dx$. **(3)**

(ii) Find $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x \cdot dx$ **(3)**

25. Consider the linear inequalities

$x + 2y \leq 10$

$3x + y \leq 15$

$x, y \geq 0$

(i) Draw the graph of above linear inequalities and shade the feasible region. **(4)**

(ii) Maximise Z = $3x + 2y$ subject to above inequalities. **(2)**

23. (i) $P(E) = 0.6$, $P(F) = 0.2$, $P(E \cup F) = 0.68$ ആയാൽ E യും F ഉം ഇൻഡിപെൻഡന്റ് ഇവന്റുകൾ ആണോ ? **(2)**

(ii) ബാഗ്-I ൽ 5 ചുവന്ന ബോളുകളും 3 കറുത്ത ബോളുകളും ഉണ്ട്. ബാഗ് -II ൽ 3 ചുവന്ന ബോളുകളും 7 കറുത്ത ബോളുകളും ഉണ്ട്. ഈ ബാഗുകളിൽ ഒന്നിൽ നിന്ന് ഒരു ബോൾ റാൻഡമായി എടുക്കുന്നു. ഇതൊരു ചുവന്ന ബോൾ ആണെങ്കിൽ ബോൾ തിരഞ്ഞെടുത്തത് ബാഗ് –II ൽ നിന്ന് ആകാനുള്ള സാദ്ധ്യത കണ്ടുപിടിക്കുക. **(4)**

24. (i) $\int \frac{x}{(x+1)(x+2)} \, dx$ കാണുക. **(3)**

(ii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x \cdot dx$ കാണുക. **(3)**

25. $x + 2y \leq 10$

$3x + y \leq 15$

$x, y \geq 0$

എന്നീ അസമതകൾ പരിഗണിക്കുക.

(i) മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന അസമതകളുടെ ഗ്രാഫ് വരച്ച് ഫീസിബിൾ റീജിയൻ ഷേഡ് ചെയ്യുക. **(4)**

(ii) $Z = 3x + 2y$ എന്ന ഒബ്ജക്റ്റീവ് ഫംഗ്ഷന്റെ മാക്സിമം വില മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന അസമതകൾ ആസ്പദമാക്കി കാണുക. **(2)**