Reg. No. : ....

Name : ....

S-2255

SECOND YEAR HIGHER SECONDARY
SAY / IMPROVEMENT EXAMINATION, JUNE – 2023

Part – III

MATHEMATICS (COMMERCE)

Time : 2½ Hours

Maximum : 80 Scores

Cool-off time : 15 Minutes

General Instructions to Candidates :

- There is a ‘Cool-off time’ of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the ‘Cool-off time’ to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the examination hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമേ 15 മിനിറ്റ് ‘കൂൾ ഓഫ് ടൈം’ ഉണ്ടായിരിക്കും.
- ‘കൂൾ ഓഫ് ടൈം’ ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നല്കിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

P.T.O.

Answer any 6 questions from 1 to 7. Each carries 3 scores. **(6 × 3 = 18)**

1. Consider f : R → R defined by $f(x) = \frac{2x-1}{3}$, $x \in R$

   (i) Show that f is one-one and onto. **(2)**

   (ii) Find the inverse of f. **(1)**

2. (i) If A is a 3 × 3 matrix, then | adj (A) | = ________. **(1)**

   (a) $|A|$ (b) $|A|^2$

   (c) $|A|^3$ (d) $3|A|$

   (ii) Construct the matrix $A = [a_{ij}]$ of order 2 × 2, where $a_{ij} = 2i - j$. **(2)**

3. (i) $(AB)^{-1}$ = _______. **(1)**

   (a) $B^{-1}A^{-1}$ (b) $A^{-1}B^{-1}$

   (c) BA (d) AB

   (ii) If $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 18 & 6 \end{vmatrix}$, then find the value of x. **(2)**

4. Find the value of k if the function $f(x) = \begin{cases} kx + 1, & x \le 5 \\ 3x - 5, & x > 5 \end{cases}$ is continuous at $x = 5$.

5. Evaluate $\int_0^3 x\, dx$ as the limit of a sum.

6. Find the area under the curve $f(x) = x^2$ from $x = 1$ to $x = 3$ above x-axis.

1 മുതൽ 7 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 3 സ്കോർ വീതം. **$(6 \times 3 = 18)$**

1. $f : R \to R$ ൽ നിർവചിച്ചിട്ടുള്ള ഫംഗ്ഷൻ $f(x) = \frac{2x-1}{3}$, $x \in R$ പരിഗണിക്കുക.

   (i) f ഒരു വൺ-വൺ ഫംഗ്ഷനും ഓൺടു ഫംഗ്ഷനും ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. **(2)**

   (ii) f ന്റെ ഇൻവേഴ്സ് കാണുക. **(1)**

2. (i) A ഒരു 3×3 മെട്രിക്സ് ആണെങ്കിൽ $|\text{adj}(A)| =$ ________. **(1)**

   (a) $|A|$ (b) $|A|^2$

   (c) $|A|^3$ (d) $3|A|$

   (ii) $a_{ij} = 2i - j$ ആകത്തക്കവിധം ഒരു 2×2 മെട്രിക്സ് $A = [a_{ij}]$ നിർമ്മിക്കുക. **(2)**

3. (i) $(AB)^{-1} =$ ________. **(1)**

   (a) $B^{-1}A^{-1}$ (b) $A^{-1}B^{-1}$

   (c) BA (d) AB

   (ii) $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 18 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 18 & 6 \end{vmatrix}$ ആയാൽ x ന്റെ വില കാണുക. **(2)**

4. $f(x) = \begin{cases} kx + 1, & x \le 5 \\ 3x - 5, & x > 5 \end{cases}$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ $x = 5$ ൽ കണ്ടിന്യൂവസ് ആയാൽ k യുടെ വില കാണുക.

5. ലിമിറ്റ് ഓഫ് എ സം ഉപയോഗിച്ച് $\int_0^3 x \, dx$ ന്റെ വില കാണുക.

6. $f(x) = x^2$ എന്ന കർവിന്റെ ചുവടെയുള്ള x ന്റെ വില 1 മുതൽ 3 വരെയുള്ള ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് x-ആക്സിസിന് മുകളിൽ എത്രയാണെന്ന് കാണുക.

7. Consider the straight lines :

$\vec{r} = (3i + 2j - 4k) + \lambda(i + 2j + 2k)$

$\vec{r} = (5i - 2k) + \mu(3i + 2j + 6k)$

Find a unit vector perpendicular to both the lines.

Answer any 8 questions from 8 to 17. Each carries 4 scores. **(8 × 4 = 32)**

8. (i) R is a relation on a set A = {1, 2, 3} given by R = {(1, 2), (2, 1)}, to make R a reflexive relation. Which of the following elements should be included ?

(a) (1, 1), (2, 2) (b) (1, 3), (2, 2)

(c) (1, 1), (2, 2), (3, 3) (d) (2, 2), (3, 2) **(1)**

(ii) If $f(x) = 8x^3$ and $g(x) = x^{\frac{1}{3}}$ find g(f(x)) and f(g(x)). **(3)**

9. (i) Find the principal value of $\tan^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$. **(1)**

(ii) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y =$ ___________. **(1)**

(iii) Show that $\tan^{-1}\frac{1}{7} + \tan^{-1}\frac{1}{13} = \tan^{-1}\frac{2}{9}$. **(2)**

10. Consider the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{bmatrix}$

(i) Find | A | **(2)**

(ii) Find | adj (A) | **(1)**

(iii) Find the value of | 2A | **(1)**

7. $\vec{r} = (3i + 2j - 4k) + \lambda(i + 2j + 2k)$, $\vec{r} = (5i - 2k) + \mu(3i + 2j + 6k)$

എന്നീ ലൈനുകൾ പരിഗണിക്കുക. ഈ രണ്ട് ലൈനുകൾക്കും ലംബമായ ഒരു യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കാണുക.

8 മുതൽ 17 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 8 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.

4 സ്കോർ വീതം. **$(8 \times 4 = 32)$**

8. (i) A = {1, 2, 3} എന്ന സെറ്റിലെ ഒരു റിലേഷൻ R = {(1, 2), (2, 1)} ആയാൽ R റിഫ്ലക്സീവ് റിലേഷൻ ആകാൻ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയിൽ ഏതൊക്കെ അംഗങ്ങൾ കൂടി ഉൾപ്പെടുത്തണം.

(a) (1, 1), (2, 2) (b) (1, 3), (2, 2)

(c) (1, 1), (2, 2), (3, 3) (d) (2, 2), (3, 2) **(1)**

(ii) $f(x) = 8x^3$, $g(x) = x^{\frac{1}{3}}$ ആയാൽ $g(f(x))$, $f(g(x))$ എന്നിവ കാണുക. **(3)**

9. (i) $\tan^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$ യുടെ പ്രിൻസിപ്പൽ വാല്യൂ കാണുക. **(1)**

(ii) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y =$ __________. **(1)**

(iii) $\tan^{-1}\frac{1}{7} + \tan^{-1}\frac{1}{13} = \tan^{-1}\frac{2}{9}$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. **(2)**

10. $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & -7 \end{bmatrix}$ എന്ന മെട്രിക്സ് പരിഗണിക്കുക.

(i) $|A|$ കാണുക. **(2)**

(ii) $|\text{adj}(A)|$ കാണുക. **(1)**

(iii) $|2A|$ യുടെ വില കാണുക. **(1)**

11. (i) Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = \log x, x > 0$. **(1)**

(ii) Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = 2x^2 - 12x + 1$ is $[2, 4]$. **(3)**

12. Find the equation of the tangent to the curve $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 2$ at the point $(1, 1)$.

13. Evaluate the following integrals :

(i) $\int \frac{2x}{1+x^2} dx$ **(1)**

(ii) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x - 3}} dx$ **(3)**

14. Find the area of the region bounded by the two parabolas $y = x^2$ and $y^2 = x$.

15. Consider the vectors $\vec{a} = 5i - j - 3k$ and $\vec{b} = i + 3j - 5k$.

(i) Find $\vec{a} \cdot \vec{b}$. **(1)**

(ii) Find the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$. **(3)**

16. Find the shortest distance between the lines :

$\vec{r} = (i + 2j + 3k) + \lambda(i - 3j + 2k)$

$\vec{r} = (4i + 5j + 6k) + \mu(2i + 3j + k)$

17. Consider the probability distribution of X.

X	0	1	2	3	4
P(X)	0	k	2k	2k	k

(i) Find the value of k. **(2)**

(ii) Find $P(X < 3)$ **(2)**

11. (i) $y = \log x, x > 0$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കാണുക. **(1)**

(ii) $f(x) = 2x^2 - 12x + 1$ എന്ന ഫംഗ്ഷന് [2, 4] ൽ റോൾസ് തിയറം ശരിയാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. **(3)**

12. $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 2$ എന്ന കർവിൽ (1, 1) എന്ന പോയിന്റിലുള്ള ടാൻജന്റിന്റെ ഇക്വേഷൻ കാണുക.

13. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഇന്റഗ്രലുകളുടെ വില കാണുക :

(i) $\int \frac{2x}{1+x^2} \, dx$ **(1)**

(ii) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x - 3}} \, dx$ **(3)**

14. $y = x^2$, $y^2 = x$ എന്നീ കർവുകൾക്കിടയിലുള്ള ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക.

15. $\vec{a} = 5i - j - 3k$, $\vec{b} = i + 3j - 5k$ എന്നീ വെക്ടറുകൾ പരിഗണിക്കുക.

(i) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ കാണുക. **(1)**

(ii) $\vec{a}$, $\vec{b}$ എന്നിവ തമ്മിലുള്ള കോണളവ് കാണുക. **(3)**

16. ചുവടെ തന്നിട്ടുള്ള ലൈനുകൾ തമ്മിലുള്ള ഷോർട്ടസ്റ്റ് ഡിസ്റ്റൻസ് കാണുക :

$\vec{r} = (i + 2j + 3k) + \lambda(i - 3j + 2k)$

$\vec{r} = (4i + 5j + 6k) + \mu(2i + 3j + k)$

17. ചുവടെ തന്നിട്ടുള്ള X ന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ പരിഗണിക്കുക.

X	0	1	2	3	4
P(X)	0	k	2k	2k	k

(i) k യുടെ വില കാണുക. **(2)**

(ii) $P(X < 3)$ കാണുക. **(2)**

Answer any 5 questions from 18 to 24. Each carries 6 scores. **(5 × 6 = 30)**

18. (i) $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5+x & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$ find x and y. **(2)**

(ii) Express the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 5 & 4 \\ -1 & -6 & 3 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric matrix and a skew symmetric matrix. **(4)**

19. Solve the following system of equations by matrix method :

$3x - 2y + 3z = 8$

$2x + y - z = 1$

$4x - 3y + 2z = 4$

20. (i) Find the equation of the tangent line to the curve $y = x^2 - 2x + 7$ which is parallel to the line $2x - y + 9 = 0$. **(3)**

(ii) Find the maximum profit that a company can make, if the profit function is given by $P(x) = 41 - 24x - 6x^2$. **(3)**

21. (i) Find the order and degree of the differential equation :

$$\left(\frac{d^2S}{dt^2}\right)^2 + 3\left(\frac{dS}{dt}\right)^3 + 4 = 0$$ **(2)**

(ii) Find the general solution of the differential equation $x\frac{dy}{dx} - y = 2x^2$. **(4)**

22. (i) If A(1, 2, 4) and B(2, –1, 3) are two points :

(a) Find $\overrightarrow{AB}$. **(1)**

(b) Find unit vector along $\overrightarrow{AB}$. **(2)**

(ii) Show that the points with position vectors 2i + 6j + 3k, i + 2j + 7k and 3i + 10j – k are collinear. **(3)**

18 മുതൽ 24 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 6 സ്കോർ വീതം. **$(5 \times 6 = 30)$**

18. (i) $\begin{bmatrix} x+y & 2 \\ 5+x & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$ x, y കാണുക. **(2)**

(ii) $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 5 & 4 \\ -1 & -6 & 3 \end{bmatrix}$ എന്ന മെട്രിക്സിനെ ഒരു സിമെട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെയും സ്ക്യൂ സിമെട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെയും തുകയായി എഴുതുക. **(4)**

19. തന്നിട്ടുള്ള സിസ്റ്റം ഓഫ് ഇക്വേഷൻസിന്റെ പരിഹാരം മെട്രിക്സ് മെത്തേഡ് ഉപയോഗിച്ച് കാണുക :

$3x - 2y + 3z = 8$

$2x + y - z = 1$

$4x - 3y + 2z = 4$

20. (i) $2x - y + 9 = 0$ എന്ന ലൈനിന് പാരലൽ ആയിട്ടുള്ള, $y = x^2 - 2x + 7$ എന്ന കർവിന്റെ ടാൻജന്റിന്റെ ഇക്വേഷൻ കാണുക. **(3)**

(ii) ഒരു കമ്പനിയുടെ പ്രോഫിറ്റ് ഫംഗ്ഷൻ $P(x) = 41 - 24x - 6x^2$ ആയാൽ ആ കമ്പനിക്ക് ഉണ്ടാക്കാൻ പറ്റുന്ന പരമാവധി ലാഭം കാണുക. **(3)**

21. (i) $\left(\frac{d^2S}{dt^2}\right)^2 + 3\left(\frac{dS}{dt}\right)^3 + 4 = 0$ എന്ന ഡിഫ്രൻഷ്യൽ ഇക്വേഷന്റെ ഓർഡറും ഡിഗ്രിയും കാണുക. **(2)**

(ii) $x\frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ എന്ന ഡിഫ്രൻഷ്യൽ ഇക്വേഷന്റെ ജനറൽ സൊല്യൂഷൻ കാണുക. **(4)**

22. (i) A(1, 2, 4), B(2, –1, 3) എന്നിവ രണ്ടു പോയന്റുകളായാൽ :

(a) $\overrightarrow{AB}$ കാണുക. **(1)**

(b) $\overrightarrow{AB}$ യുടെ യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കാണുക. **(2)**

(ii) $2i + 6j + 3k$, $i + 2j + 7k$, $3i + 10j - k$ എന്നീ പൊസിഷൻ വെക്ടേഴ്സിലെ പോയന്റുകൾ കൊലിനിയർ പോയന്റുകളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. **(3)**

23. Solve the linear programming problem graphically :

Minimize : $Z = -3x + 4y$

Subject to : $x + 2y \leq 8$

$3x + 2y \leq 12$

$x \geq 0,\ y \geq 0$ **(6)**

24. (i) E and F are two events such that $P(E) = 0.6$, $P(F) = 0.2$ and $P(E \cup F) = 0.68$. Are E and F independent events ? **(2)**

(ii) There are two identical boxes. Box A contains 7 red and 3 white balls. Box B contains 4 red and 6 white balls. One box is selected at random and a ball is taken from it. If it is found that the ball taken is red, what is the probability that it is taken from box A ? **(4)**

23. തന്നിട്ടുള്ള ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രോബ്ലം ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് പരിഹാരം കാണുക :

മിനിമൈസ് : $Z = -3x + 4y$

സബ്ജക്ട് ടു : $x + 2y \leq 8$

$3x + 2y \leq 12$

$x \geq 0, y \geq 0$ **(6)**

24. (i) E, F ഇവ രണ്ടു ഇവന്റുകളാണെന്നും കൂടാതെ $P(E) = 0.6$, $P(F) = 0.2$, $P(E \cup F) = 0.68$ എന്നും തന്നിരിക്കുന്നു. എങ്കിൽ E, F ഇവ ഇൻഡിപെന്റന്റ് ഇവന്റുകൾ ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. **(2)**

(ii) ഒരേ പോലെയുള്ള രണ്ടുപെട്ടികൾ ഉള്ളതിൽ പെട്ടി A യിൽ 7 ചുവന്ന പന്തുകളും 3 വെളുത്ത പന്തുകളും ഉണ്ട്. B എന്ന പെട്ടിയിൽ 4 ചുവന്ന പന്തുകളും 6 വെളുത്ത പന്തുകളുമാണുള്ളത്. റാൻഡമായി ഒരു പെട്ടി എടുത്ത് അതിൽ നിന്നും ഒരു പന്ത് എടുക്കുന്നു. ഈ പന്ത് ചുവന്നതാണെങ്കിൽ ആ പന്ത് എടുത്തത് A എന്ന പെട്ടിയിൽ നിന്നാകാനുള്ള സാധ്യത കാണുക. **(4)**