

Reg. No. :

SY-555

Name :

SECOND YEAR HIGHER SECONDARY EXAMINATION, MARCH 2023

Part – III

MATHEMATICS (COMMERCE)

Time : 2½ Hours

Maximum : 80 scores

Cool-off time : 15 Minutes

General Instructions to Candidates :

- There is a 'Cool-off time' of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the 'Cool-off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും.
- 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.



Answer any 6 questions from 1 to 7. Each carries 3 scores.

(6 × 3 = 18)

1. Let $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ be a function defined by $f(x) = 4x - 1$. Prove that $f(x)$ is a one-one function. Also find inverse of the function $f(x)$. (3)

2. Find X and Y if $X + Y = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$ and $X - Y = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$. (3)

3. Find the value of x if $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x & 4 \\ 6 & x \end{vmatrix}$. (3)

4. Find the value of k so that the function $f(x) = \begin{cases} kx^2, & x \leq 2 \\ 5, & x > 2 \end{cases}$ is continuous at $x = 2$. (3)

5. (i) $\int \frac{1}{x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$. (1)

(ii) Find $\int \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} dx$ (2)

6. (i) If l, m, n are direction cosines of a vector then $l^2 + m^2 + n^2 = \underline{\hspace{2cm}}$. (1)

(a) 0 (b) -1

(c) 1 (d) 2

(ii) Find a unit vector in the direction of sum of the vector $\bar{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ and

$\bar{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$. (2)

7. Show that the lines :

$\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-5}{5}$, $\frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{5}$ are coplanar. (3)

1 മുതൽ 7 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.

3 സ്കോർ വീതം.

(6 × 3 = 18)

1. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ എന്ന ഫങ്ഷനെ $f(x) = 4x - 1$ എന്ന് നിർവ്വചിച്ചിരിക്കുന്നു. $f(x)$ ഒരു വൺ വൺ ഫങ്ഷൻ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. കൂടാതെ $f(x)$ എന്ന ഫങ്ഷന്റെ ഇൻവേർസ് ഫങ്ഷൻ കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

2. $X + Y = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$, $X - Y = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ ആണെങ്കിൽ മെട്രിക്സ് X , Y എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

3. $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x & 4 \\ 6 & x \end{vmatrix}$ ആയാൽ x ന്റെ വില കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

4. $f(x) = \begin{cases} kx^2, & x \leq 2 \\ 5, & x > 2 \end{cases}$ എന്ന ഫങ്ഷൻ $x = 2$ ൽ കണ്ടിന്യൂവസ് ആണെങ്കിൽ k യുടെ വില കാണുക. (3)

5. (i) $\int \frac{1}{x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$. (1)

(ii) $\int \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} dx$ കാണുക. (2)

6. (i) l, m, n എന്നിവ ഒരു വെക്ടറിന്റെ ഡയറക്ഷൻ കൊസൈനുകളാണ്. എങ്കിൽ $l^2 + m^2 + n^2 = \underline{\hspace{2cm}}$. (1)

(a) 0 (b) -1

(c) 1 (d) 2

(ii) $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$

എന്നീ വെക്ടറുകളുടെ തുകയായി കിട്ടുന്ന വെക്ടറിന്റെ ദിശയിലുള്ള യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

7. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-5}{5}$, $\frac{x+3}{-3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-5}{5}$
എന്നീ വരകൾ ഒരേ തലത്തിലുള്ളവയാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

Answer any 8 questions from 8 to 17. Each carries 4 scores.

(8 × 4 = 32)

8. (i) Which among the following is correct if a relation is an equivalence relation? (1)
- (a) reflexive and symmetric but not transitive
- (b) reflexive and transitive but not symmetric
- (c) symmetric and transitive but not reflexive
- (d) reflexive, symmetric and transitive
- (ii) $R = \{(x, y) : y \text{ is divisible by } x\}$ is a relation defined on $A = \{2, 4, 6, 8\}$. Show that R is reflexive and transitive but not symmetric. (3)
9. (i) Write the value of $\cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$. (1)
- (ii) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y =$ _____ (1)
- (iii) Show that $\tan^{-1} \frac{2}{11} + \tan^{-1} \frac{7}{24} = \tan^{-1} \frac{1}{2}$. (2)
10. (i) If A is square matrix of order $n \times n$, k is a scalar $|kA| =$ _____ (1)
- (ii) Using determinants show that the points $(2, 4)$, $(3, 3)$, $(1, 5)$ are collinear. (3)
11. Find $\frac{dy}{dx}$ in the following :
- (i) $y = \sec(\tan(x^2))$ (2)
- (ii) $x = a(\theta - \sin \theta)$
 $y = a(1 + \cos \theta)$ (2)
12. Find the intervals in which the function $f(x) = 2x^2 - 8x + 7$ is strictly increasing and strictly decreasing. (4)

8 മുതൽ 17 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 8 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.

4 സ്കോർ വീതം.

(8 × 4 = 32)

8. (i) ഒരു റിലേഷൻ ഇക്വിവലൻസ് റിലേഷൻ ആണെങ്കിൽ താഴെ തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ ശരിയായ ഉത്തരം ഏത്? (1)
- (a) റിഫ്ലക്സീവും സിമ്മട്രിക്കുമാണ് എന്നാൽ ട്രാൻസിറ്റീവ് അല്ല
 - (b) റിഫ്ലക്സീവും ട്രാൻസിറ്റീവുമാണ് എന്നാൽ സിമ്മട്രിക് അല്ല
 - (c) സിമ്മട്രിക്യും ട്രാൻസിറ്റീവുമാണ് എന്നാൽ റിഫ്ലക്സീവ് അല്ല
 - (d) റിഫ്ലക്സീവും സിമ്മട്രിക്കും ട്രാൻസിറ്റീവുമാണ്.
- (ii) $R = \{(x, y) : y \text{ യെ } x \text{ കൊണ്ട് നിശേഷം ഹരിക്കാം}\}$ എന്നത് $A = \{2, 4, 6, 8\}$ എന്ന സെറ്റിൽ നിർവ്വചിക്കപ്പെട്ട ഒരു റിലേഷനാണ്. R റിഫ്ലക്സീവും, ട്രാൻസിറ്റീവും അണെന്നും സിമ്മട്രിക് അല്ലെന്നും തെളിയിക്കുക. (3)
9. (i) $\cos^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)$ ന്റെ വില എഴുതുക. (1)
- (ii) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \underline{\hspace{2cm}}$ (1)
- (iii) $\tan^{-1} \frac{2}{11} + \tan^{-1} \frac{7}{24} = \tan^{-1} \frac{1}{2}$ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (2)
10. (i) A ഒരു $n \times n$ മാട്രിക്സ് ആണെങ്കിൽ $|kA| = \underline{\hspace{2cm}}$ (1)
- (ii) ഡിറ്റർമിനന്റ്സിന്റെ സഹായത്തോടെ $(2, 4), (3, 3), (1, 5)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരേ രേഖയിലാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)
11. താഴെ തന്നിരിക്കുന്നതിൽ $\frac{dy}{dx}$ കാണുക :
- (i) $y = \sec(\tan(x^2))$ (2)
- (ii) $x = a(\theta - \sin \theta)$
 $y = a(1 + \cos \theta)$ (2)
12. $f(x) = 2x^2 - 8x + 7$ എന്ന ഫങ്ഷൻ സ്ട്രിക്ട്ലി ഇൻക്രീസിങ് ആയിട്ടുള്ള ഇന്റർവെല്ലും. സ്ട്രിക്ട്ലി ഡിക്രീസിങ് ആയിട്ടുള്ള ഇന്റർവെല്ലും കാണുക. (4)

13. Evaluate : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$ (4)

14. Find the area enclosed by the circle $x^2 + y^2 = 4$, using definite integral. (4)

15. The position vectors of the vertices A, B, C of triangle ABC are $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$, $3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$ respectively. Prove the triangle is right angled triangle. (4)

16. Find the shortest distance between the lines : (4)

$$\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \lambda(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$$

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \mu(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$$

17. 12 cards are numbered 1 to 12 and placed in a box. One card is drawn randomly and it is known to be more than 5. What is the probability that it is an even number ? (4)

Answer any 5 questions from 18 to 24. Each carries 6 scores. (5 × 6 = 30)

18. (i) Construct the matrix $A = [a_{ij}]$ of order 3×3 such that $a_{ij} = 2i - j$. (2)

(ii) Express A as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrices. (4)

19. Solve the following system of linear equations using matrix method : (6)

$$x + 2y - 4z = 3$$

$$2x - y - z = 3$$

$$x + y - 2z = 3$$

13. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$ ന്റെ വില കാണുക. (4)

14. ഡെഫനിറ്റ് ഇന്റഗ്രലിന്റെ സഹായത്തോടെ $x^2 + y^2 = 4$ എന്ന വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക. (4)

15. ത്രികോണം ABC യിൽ A, B, C എന്നീ ശീർഷങ്ങളുടെ പൊസിഷൻ വെക്ടറുകൾ യഥാക്രമം $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$, $3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$ എന്നിവയാണ്. ത്രികോണം ഒരു മട്ടത്രികോണമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (4)

16. $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \lambda(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$
 $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \mu(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$
 എന്നീ രണ്ടു വരകൾക്കിടയിലെ ഷോർട്ടസ്റ്റ് ഡിസ്റ്റൻസ് കണ്ടുപിടിക്കുക. (4)

17. ഒരു ബോക്സിൽ 1 മുതൽ 12 വരെ നമ്പറുള്ള 12 കാർഡുകളുണ്ട്. ബോക്സിൽ നിന്നും റാൻഡമായി എടുത്ത ഒരു കാർഡിലെ നമ്പർ 5 ൽ കൂടുതലാണെന്ന് അറിയാമെങ്കിൽ അത് ഒരു ഇരട്ട സംഖ്യ ആകാനുള്ള സംഭാവ്യത എത്രയാണ്? (4)

18 മുതൽ 24 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 6 സ്കോർ വീതം. (5 × 6 = 30)

18. (i) $a_{ij} = 2i - j$ ആയിട്ടുള്ള $A = [a_{ij}]$ എന്ന ഓർഡർ 3×3 ആയ മെട്രിക്സ് നിർമ്മിക്കുക. (2)
 (ii) A എന്ന മെട്രിക്സിനെ സിമ്മട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെയും സ്ക്യൂസിമ്മട്രിക് മെട്രിക്സിന്റെയും തുകയായി എഴുതുക. (4)

19. മെട്രിക്സ് മെത്തേഡ് ഉപയോഗിച്ച് താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ലീനിയർ സമവാക്യങ്ങളുടെ സിസ്റ്റം നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക. : (6)

$$x + 2y - 4z = 3$$

$$2x - y - z = 3$$

$$x + y - 2z = 3$$

20. (i) If $y = e^x(x^2 - 1)$, show that $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x-1}$ (4)

(ii) Find the point at which the slope of the tangent to the curve $y = x^2 - x$ is 5. (2)

21. (i) Find the order and degree of the differential equation :

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 - y\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0 \quad (2)$$

(ii) Find the Integrating Factor of the linear differential equation :

$$x \, dy - (2x^2 + y) \, dx = 0$$

Hence find general solution of this equation. (4)

22. (i) Find the projection of the vector $\bar{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ on the vector $\bar{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$. (2)

(ii) Find area of the triangle whose adjacent sides are $\bar{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ and

$$\bar{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}. \quad (4)$$

23. Consider the following LPP : (6)

Maximize

$$Z = 4x + 5y$$

subject to the constraints

$$2x + 3y \leq 6$$

$$2x + y \leq 4$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

Draw the feasible region of LPP and find the solution.

20. (i) $y = e^x(x^2 - 1)$ ആയാൽ $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x-1}$ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (4)

(ii) $y = x^2 - x$ എന്ന കർവിലെ ഒരു തൊടുവരയുടെ സ്ലോപ്പ് 5 ആണ് എങ്കിൽ ആ തൊടുവര കടന്നുപോകുന്ന കർവിലെ ബിന്ദു ഏത്? (2)

21. (i) താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഓർഡറും ഡിഗ്രിയും എഴുതുക :

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 - y\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0 \quad (2)$$

(ii) $xdy - (2x^2 + y) dx = 0$ എന്ന ലിനിയർ ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഇൻ്റഗ്രേറ്റിങ് ഫാക്ടർ കാണുക.

അതുപയോഗിച്ച് ഈ സമവാക്യത്തിന്റെ ജനറൽ സൊല്യൂഷൻ കാണുക. (4)

22. (i) $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ എന്ന വെക്ടറിന് $\vec{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ എന്ന വെക്ടറിനു മുകളിൽ ഉള്ള പ്രൊജക്ഷൻ കാണുക. (2)

(ii) $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ എന്നീ രണ്ടു വെക്ടറുകൾ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു വശങ്ങളായാൽ ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക. (4)

23. താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന LPP പരിഗണിക്കുക : (6)

Maximize

$$Z = 4x + 5y$$

Subject to the constraints

$$2x + 3y \leq 6$$

$$2x + y \leq 4$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

ഫീസിബിൾ റീജിയൻ വെച്ച് LPP യുടെ പരിഹാരം കാണുക.

24. A random variable X has the following probability distribution :

X	1	2	3	4	5
P(X)	k	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

- (i) Find the value of k. (1)
- (ii) Find mean of random variable X. (2)
- (iii) Find variance of X. (3)
-

24. X എന്ന റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു :

X	1	2	3	4	5
P(X)	k	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

- (i) k യുടെ വില കാണുക. (1)
- (ii) റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ X ശരാശരി കാണുക. (2)
- (iii) റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ X വെരിയൻസ് കാണുക. (3)
