

Reg. No. :

SY-554

Name :

SECOND YEAR HIGHER SECONDARY EXAMINATION, MARCH 2023

Part – III

Time : 2½ Hours

MATHEMATICS (SCIENCE) Cool-off time : 15 Minutes

Maximum : 80 scores

General Instructions to Candidates :

- There is a 'Cool-off time' of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the 'Cool-off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും.
- 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കുട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.



Answer any 6 questions from 1 to 8. Each carries 3 scores.

(6 × 3 = 18)

1. (i) A function $f: X \rightarrow Y$ is onto if range of $f =$ _____ . (1)

(ii) Find $g \circ f$ and $f \circ g$ if $f(x) = 8x^3$ and $g(x) = x^{\frac{1}{3}}$. (2)

2. (i) If $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ and $B = [1 \ 3 \ -6]$, what is the order of AB ? (1)

(ii) Construct a 3×4 matrix whose elements are given by $a_{ij} = 2i - j$. (2)

3. Evaluate : $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 3 & -5 & 0 \end{vmatrix}$ (3)

4. Check the continuity of the function f given by $f(x) = 2x + 3$ at $x = 1$. (3)

5. (i) The derivative of e^{-x} is _____ . (1)

(ii) Find $\frac{dy}{dx}$ if $2x + 3y = \sin x$ (2)

6. Show that the function f given by $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$, $x \in \mathbb{R}$ is increasing. (3)

1 മുതൽ 8 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.

3 സ്കോർ വീതം.

(6 × 3 = 18)

1. (i) $f : X \rightarrow Y$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ ഓൺറ്റു ആയാൽ f ന്റെ റെയ്ഞ്ച് = _____ . (1)

(ii) $f(x) = 8x^3$, $g(x) = x^{\frac{1}{3}}$ ആയാൽ $g \circ f$, $f \circ g$ കാണുക. (2)

2. (i) $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$, $B = [1 \ 3 \ -6]$ ആയാൽ AB യുടെ ഓഡർ കാണുക. (1)

(ii) മെട്രിക്സിലെ അംഗങ്ങൾ $a_{ij} = 2i - j$ എന്ന രീതിയിലായ ഒരു 3×4 മെട്രിക്സ് രൂപീകരിക്കുക. (2)

3. വില കാണുക : $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 3 & -5 & 0 \end{vmatrix}$ (3)

4. $f(x) = 2x + 3$, എന്ന ഫംഗ്ഷന്റെ $x = 1$ ലെ കണ്ടിന്യൂറ്റി പരിശോധിക്കുക. (3)

5. (i) e^{-x} ന്റെ ഡെറിവേറ്റീവ് _____ . (1)

(ii) $2x + 3y = \sin x$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കാണുക. (2)

6. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$, $x \in \mathbb{R}$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ ഇൻക്രീസിംഗ് ആണെന്നു കാണിക്കുക. (3)

7. (i) The order of the differential equation :

$$2x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + y = 0 \text{ is} \quad (1)$$

- (a) 2 (b) 1
(c) 0 (d) not defined

- (ii) Verify that the function $y = a \cos x + b \sin x$ where $a, b \in \mathbb{R}$ is a solution of differential equation.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0 \quad (2)$$

8. (i) Distance between two planes $2x + 3y + 4z = 4$ and $4x + 6y + 8z = 12$ is

- (a) 2 units (b) 4 units
(c) 8 units (d) $\frac{2}{\sqrt{29}}$ units (1)

- (ii) Find the vector equation for the line passing through the point $(-1, 0, 2)$ and $(3, 4, 6)$. (2)

Answer any 8 questions from 9 to 18. Each carries 4 scores. (8 × 4 = 32)

9. Consider $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ given by $f(x) = 4x + 3$. Show that f is invertible. Find the inverse of f . (4)

10. (i) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \underline{\hspace{2cm}}$. (1)

- (ii) Prove that :

$$2 \tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{7} = \tan^{-1} \frac{31}{17} \quad (3)$$

7. (i) $2x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3 \frac{dy}{dx} + y = 0$

എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഓഡർ : (1)

- (a) 2 (b) 1
(c) 0 (d) നിർവചിക്കപ്പെട്ടിട്ടില്ല

(ii) $y = a \cos x + b \sin x$, $a, b \in \mathbb{R}$ എന്നത് $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ

സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. (2)

8. (i) $2x + 3y + 4z = 4$, $4x + 6y + 8z = 12$ എന്നീ രണ്ട് തലങ്ങളുടെ അകലം

- (a) 2 units (b) 4 units
(c) 8 units (d) $\frac{2}{\sqrt{29}}$ units (1)

(ii) $(-1, 0, 2)$, $(3, 4, 6)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നുപോകുന്ന രേഖയുടെ വെക്ടർ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

9 മുതൽ 18 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 8 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 4 സ്കോർ വീതം. (8 × 4 = 32)

9. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ എന്നത് $f(x) = 4x + 3$. എന്ന തന്നിരിക്കുന്നു. 'f' ഇൻവേർട്ടിബിൾ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. f ന്റെ ഇൻവേഴ്സ് കാണുക. (4)

10. (i) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \text{_____}$. (1)

(ii) തെളിയിക്കുക :

$$2 \tan^{-1} \frac{1}{2} + \tan^{-1} \frac{1}{7} = \tan^{-1} \frac{31}{17} \quad (3)$$

11. Differentiate $x^{\sin x}$, $x > 0$. (4)

12. (i) Find the antiderivative of $\cos 2x$. (1)

(ii) Find $\int \frac{x^3 - 1}{x^2} dx$ (3)

13. Find the area bounded by the curve $y = \cos 2x$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$ and x -axis. (4)

14. (i) Find the general solution of the differential equation : (2)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 + y^2}{1 + x^2}.$$

(ii) Find an Integrating Factor (IF) of the differential equation.

$$x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \quad (2)$$

15. (i) Write the direction ratios of the vector $\vec{a} = i + j - 2k$ and hence calculate its direction cosines. (2)

(ii) Find the values of x and y so that the vectors $2i + 3j$ and $xi + yj$ are equal. (2)

16. Find the angle between the two planes $3x - 6y + 2z = 7$ and $2x + 2y - 2z = 5$. (4)

17. Find the shortest distance between the lines : (4)

$$\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1} \quad \text{and} \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$$

11. ഡിഫറൻഷ്യലായ് $x^{\sin x}$, $x > 0$. (4)
12. (i) $\cos 2x$ ന്റെ ആന്റിഡെറിവേറ്റീവ് കാണുക. (1)
- (ii) $\int \frac{x^3 - 1}{x^2} dx$ കാണുക. (3)
13. $y = \cos 2x$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$ x -അക്ഷരം എന്നിവ വലയം ചെയ്യുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കാണുക. (4)
14. (i) $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ പൊതുപരിഹാരം കാണുക. (2)
- (ii) $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഇൻ്റഗ്രേറ്റിംഗ് ഫാക്ടർ കാണുക. (2)
15. (i) $\vec{a} = i + j - 2k$ എന്ന വെക്ടറിന്റെ ഡയറക്ഷൻ അംശബന്ധം എഴുതുക. അതോടൊപ്പം അവയുടെ ഡയറക്ഷൻ കോസൈനുകൾ കാണുക. (2)
- (ii) $2i + 3j$ യും $xi + yj$ യും എന്നീ രണ്ടു വെക്ടറുകൾ സമമായാൽ x , y ഇവ കാണുക. (2)
16. $3x - 6y + 2z = 7$, $2x + 2y - 2z = 5$ എന്നീ രണ്ട് തലങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള കോൺ കാണുക. (4)
17. ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന രണ്ട് വരകൾ തമ്മിലുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ദൂരം കാണുക : (4)
- $$\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}, \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$$

18. (i) E and F are two events with $P(E) = \frac{3}{5}$, $P(F) = \frac{1}{3}$, $P(E \cap F) = \frac{1}{5}$. Are E and F independent? (1)
- (ii) Two balls are drawn at random with replacement from a box containing 10 black and 8 red balls. Find the probability
- (a) Both balls are red
- (b) First ball is black and second is red
- (c) One of them is black and other is red (3)

Answer any 5 questions from 19 to 25. Each carries 6 scores. (5 × 6 = 30)

19. (i) $(A')' = \underline{\hspace{2cm}}$. (1)
- (ii) Find the transpose of the matrix $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ (2)
- (iii) If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ show that $A^2 - 5A + 7I = 0$. (3)

20. Find the inverse of the matrix $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 0 \\ -7 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. (6)

21. (i) Find the equation of the tangent of the following curve $y = 3x^4 - 4x$ at $x = 4$. (3)
- (ii) The volume of a cube is increasing at the rate of $9 \text{ cm}^3/\text{s}$. How fast is the surface area increasing when the length of an edge is 10 cm? (3)

18. (i) $P(E) = \frac{3}{5}$, $P(F) = \frac{1}{3}$, $P(E \cap F) = \frac{1}{5}$ ഉം ആയ രണ്ട് ഇവന്റുകൾ ആണ് E യും F ഉം. എങ്കിൽ E യും F ഉം ഇൻഡിപെൻഡന്റ് ആണോ? (1)
- (ii) 10 കറുത്ത പന്തുകളും 8 ചുവന്ന പന്തുകളും ഉള്ള ഒരു പെട്ടിയിൽ നിന്നും തിരിച്ച് വയ്ക്കുന്ന വിധത്തിൽ റാൻഡമായി രണ്ട് പന്തുകൾ എടുക്കുന്നു. ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയുടെ സാധ്യത കാണുക.
- (a) രണ്ട് പന്തുകളും ചുവപ്പാണ്. (3)
- (b) ഒന്നാമത്തെ പന്ത് കറുപ്പും രണ്ടാമത്തെത് ചുവപ്പും
- (c) ഒരേണ്ണം കറുപ്പും മറ്റൊന്ന് ചുവപ്പും

19 മുതൽ 25 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 6 സ്കോർ വീതം. (5 × 6 = 30)

19. (i) $(A')' = \underline{\hspace{2cm}}$. (1)
- (ii) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ എന്ന മെട്രിക്സിന്റെ ട്രാൻസ്പോസ് കാണുക. (2)
- (iii) $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ആയാൽ $A^2 - 5A + 7I = 0$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

20. $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 0 \\ -7 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ എന്ന മെട്രിക്സിന്റെ ഇൻവേർസ് കണ്ടുപിടിക്കുക. (6)

21. (i) ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന കർവിന്റെ തൊടുവരയുടെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക.
 $y = 3x^4 - 4x$ at $x = 4$. (3)
- (ii) ഒരു സമചതുരകൃത്യുടെ ഉള്ളളവ് $9 \text{ cm}^3/\text{s}$ എന്ന നിരക്ക് അനുസരിച്ച് കുടികൊണ്ടിരിക്കുന്നു. അങ്ങനെയെങ്കിൽ വക്കിന്റെ നീളം 10 cm ആകുമ്പോൾ ഉപരിതല പരപ്പളവിനുണ്ടാകുന്ന വർദ്ധനവിന്റെ നിരക്ക് കാണുക. (3)

22. Integrate :

$$(i) \int (4e^{3x} + 1) dx \quad (2)$$

$$(ii) \int \frac{dx}{x^2 - 16} \quad (2)$$

$$(iii) \int \frac{3x^2}{x^6 + 1} dx \quad (2)$$

23. (i) Find the area of a triangle having the points A(1, 1, 1), B(1, 2, 3) and C(2, 3, 1) as its vertices. (2)

$$(ii) \text{ Evaluate : } (3 \vec{a} - 5 \vec{b}) \cdot (2 \vec{a} + 7 \vec{b}) \quad (2)$$

(iii) Find a unit vector perpendicular to each of the vector $(\vec{a} + \vec{b})$ and $(\vec{a} - \vec{b})$ where $\vec{a} = i + j + k$, $\vec{b} = i + 2j + 3k$. (2)

24. Solve the LPP graphically : (6)

$$\text{Maximize } Z = 3x + 2y$$

subject to

$$x + 2y \leq 10$$

$$3x + y \leq 15$$

$$x, y \geq 0$$

25. If $P(A) = \frac{6}{11}$, $P(B) = \frac{5}{11}$ and $P(A \cup B) = \frac{7}{11}$ find (6)

$$(i) P(A \cap B)$$

$$(ii) P(A|B)$$

$$(iii) P(B|A)$$

22. ഇൻ്റഗ്രേറ്റ് ചെയ്യുക :

(i) $\int (4e^{3x} + 1) dx$ (2)

(ii) $\int \frac{dx}{x^2 - 16}$ (2)

(iii) $\int \frac{3x^2}{x^6 + 1} dx$ (2)

23. (i) A(1, 1, 1), B(1, 2, 3), C(2, 3, 1) എന്നീ ശീർഷങ്ങളായി വരുന്ന ത്രികോണത്തിൻ്റെ പരപ്പളവ് കാണുക. (2)

(ii) $(3\vec{a} - 5\vec{b}) \cdot (2\vec{a} + 7\vec{b})$ ന്റെ വില കാണുക. (2)

(iii) $\vec{a} = i + j + k$, $\vec{b} = i + 2j + 3k$ ആയാൽ, $\vec{a} + \vec{b}$ ക്കും $\vec{a} - \vec{b}$ ക്കും ലംബമായിട്ടുള്ള യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കാണുക. (2)

24. ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രോബ്ലം ഗ്രാഫുപയോഗിച്ച് പരിഹാരം കാണുക : (6)

$$\text{Maximize } Z = 3x + 2y$$

subject to

$$x + 2y \leq 10$$

$$3x + y \leq 15$$

$$x, y \geq 0$$

25. $P(A) = \frac{6}{11}$, $P(B) = \frac{5}{11}$, $P(A \cup B) = \frac{7}{11}$ (6)

ആയാൽ ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവ കാണുക.

(i) $P(A \cap B)$

(ii) $P(A|B)$

(iii) $P(B|A)$

