DITTO WS

Reg. No. : ....

Name : ....

SY-527

SECOND YEAR HIGHER SECONDARY EXAMINATION, MARCH 2023

Part – III

Time : 2 Hours

MATHEMATICS (SCIENCE)

Cool-off time : 15 Minutes

Maximum : 60 scores

General Instructions to Candidates :

- There is a 'Cool-off time' of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the 'Cool-off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും.
- 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നല്കിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

Answer any 6 questions from 1 to 8. Each carries 3 scores. **(6 × 3 = 18)**

1. Let $A = \{1, 2, 3\}$

   $B = \{2, 3, 4, 5\}$

   and $f : A \to B$ defined by $f(x) = \{(x, y) : y = x + 1\}$.

   (i) Write f in roster form. **(1)**

   (ii) Check whether 'f' is one-one and onto. **(2)**

2. Find the matrices X and Y so that $X + Y = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ and

   $$X - Y = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}.$$ **(3)**

3. Find the equation of line through the points A(1, 3) and B(0, 0) using determinants. **(3)**

4. Find the value of 'a' and 'b' if

   $$f(x) = \begin{cases} 10 & \text{if } x \leq 3 \\ ax + b & \text{if } 3 < x < 4 \\ 20 & \text{if } x \geq 4 \end{cases}$$

   is a continuous function. **(3)**

5. Find the local maxima or local minima of the function $f(x) = \sin x + \cos x$, $0 < x < \frac{\pi}{2}$ if it exists. **(3)**

6. Consider the vectors :

   $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$

   $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$

   (i) Find $\vec{a} \cdot \vec{b}$. **(1)**

   (ii) Find the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$. **(2)**

1 മുതൽ 8 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 3 സ്കോർ വീതം. **(6 × 3 = 18)**

1. A = {1, 2, 3},
   B = {2, 3, 4, 5}
   ആയാൽ $f : A \to B$ എന്നത് $f(x) = \{(x, y) : y = x + 1\}$ എന്ന് നിർവ്വചിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.
   (i) f നെ റോസ്റ്റർ ഫോമിൽ എഴുതുക. **(1)**
   (ii) f എന്നത് വൺ-വൺ ഉം ഓൺ-ടു വുമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. **(2)**

2. $X + Y = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ഉം
   $X - Y = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ആകത്തക്കവിധത്തിൽ X, Y എന്നീ മെട്രിക്സുകൾ കണ്ടെത്തുക. **(3)**

3. ഡിറ്റർമിനന്റുകൾ ഉപയോഗിച്ച് A(1, 3), B(0, 0) എന്നീ പോയിന്റുകളിൽ കൂടി കടന്നു പോവുന്ന വരയുടെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

4. $$f(x) = \begin{cases} 10 & \text{if } x \le 3 \\ ax + b & \text{if } 3 < x < 4 \\ 20 & \text{if } x \ge 4 \end{cases}$$
   ഒരു കണ്ടിന്യൂസ് ഫംഗ്ഷൻ ആയാൽ 'a' യുടെയും 'b' യുടെയും വില കണ്ടെത്തുക. **(3)**

5. $f(x) = \sin x + \cos x, 0 < x < \frac{\pi}{2}$
   എന്ന ഫംഗ്ഷന് ഒരു ലോക്കൽ മാക്സിമം അല്ലെങ്കിൽ ലോക്കൽ മിനിമം ഉണ്ടെങ്കിൽ കണ്ടെത്തുക. **(3)**

6. $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$
   $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ എന്നീ വെക്ടറുകൾ പരിഗണിക്കുക.
   (i) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ കണ്ടെത്തുക. **(1)**
   (ii) $\vec{a}$ യുടെയും $\vec{b}$ യുടെയും ഇടയിലുള്ള കോണളവ് കണ്ടെത്തുക. **(2)**

7. Find the Vector and Cartesian equation of the line passing through (1, 2, 3) and parallel to the vector $3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$. **(3)**

8. If A and B are two events such that $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{7}{12}$ and $P(A' \cup B') = \frac{1}{4}$.

   (i) Find $P(A \cap B)$. **(1)**

   (ii) Check whether A and B are independent events. **(2)**

Answer any 6 questions from 9 to 16. Each carries 4 scores. **(6 × 4 = 24)**

9. (i) Let R be a relation on the set Z, set of integers defined by

   $R = \{(a, b) : 2 \text{ divides } (a - b)\}$

   Choose the right answer :

   (A) $(2, 4) \in R$ (B) $(3, 8) \in R$

   (C) $(7, 6) \in R$ (D) $(8, 7) \in R$ **(1)**

   (ii) Check the above relation R is an equivalence relation. **(3)**

10. (i) The principal value of $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ is __________. **(1)**

    (ii) Find $\tan^{-1}\left[2\cos\left(2\sin^{-1}\frac{1}{2}\right)\right]$ **(3)**

11. (i) Which among the following is not true ?

    (A) $(A')' = A$ (B) $(A + B)' = A' + B'$

    (C) $(AB)' = A' \cdot B'$ (D) $(kA)' = k \cdot A'$ **(1)**

    (ii) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$, then verify that $(A + A')$ is symmetric and $(A - A')$ is skew-symmetric.

    [A' denotes the transpose of the matrix A] **(3)**

DITTO WS

7. (1, 2, 3) എന്ന പോയിന്റിൽ കൂടി കടന്നു പോവുന്നതും $3\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ എന്ന വെക്ടറിന് സമാന്തരവുമായ വരയുടെ വെക്ടർ സമവാക്യവും കാർട്ടീഷ്യൻ സമവാക്യവും കണ്ടെത്തുക. **(3)**

8. $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{7}{12}$, $P(A' \cup B') = \frac{1}{4}$ ഉം ആയിട്ടുള്ള രണ്ട് ഇവന്റുകളാണ് A യും B യും, എങ്കിൽ

   (i) $P(A \cap B)$ കണ്ടെത്തുക. **(1)**

   (ii) A യും B യും ഇൻഡിപ്പെന്റന്റ് ഇവന്റുകൾ ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. **(2)**

9 മുതൽ 16 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 4 സ്കോർ വീതം. (6 × 4 = 24)

9. (i) $R = \{(a, b) : 2 \text{ divides } (a - b)\}$

   എന്ന റിലേഷൻ പൂർണ്ണ സംഖ്യകളുടെ സെറ്റായ Z ൽ നിർവ്വചിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു എങ്കിൽ, താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയിൽ ശരിയുത്തരം.

   തെരഞ്ഞെടുക്കുക :

   (A) $(2, 4) \in R$ (B) $(3, 8) \in R$

   (C) $(7, 6) \in R$ (D) $(8, 7) \in R$ **(1)**

   (ii) മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന R എന്ന റിലേഷൻ ഒരു ഇക്വിവാലൻസ് റിലേഷൻ ആണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. **(3)**

10. (i) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ ന്റെ പ്രിൻസിപ്പൽ വാല്യൂ __________ ആകുന്നു. **(1)**

    (ii) $\tan^{-1}\left[2\cos\left(2\sin^{-1}\frac{1}{2}\right)\right]$ ന്റെ വില കണ്ടെത്തുക. **(3)**

11. (i) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയിൽ തെറ്റായത് ഏത്?

    (A) $(A')' = A$ (B) $(A + B)' = A' + B'$

    (C) $(AB)' = A' \cdot B'$ (D) $(kA)' = k \cdot A'$ **(1)**

    (ii) $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ ആയാൽ $(A + A')$ സിമ്മട്രിക് ആണെന്നും $(A - A')$ സ്ക്യൂ-സിമ്മട്രിക് ആണെന്നും വെരിഫൈ ചെയ്യുക.

    [A' എന്നത് മാട്രിക്സ് A യുടെ ട്രാൻസ്പോസിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.] **(3)**

DITTO WS

12. Using integration find the area enclosed by the ellipse $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. **(4)**

13. (i) The degree of the differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2+\left(\frac{dy}{dx}\right)+1=0$.

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) Not defined **(1)**

(ii) Solve the differential equation $\frac{dy}{dx}=(1+x^2)(1+y^2)$. **(3)**

14. Consider the vectors :

$\vec{a}=\hat{i}-7\hat{j}+7\hat{k}$

$\vec{b}=3\hat{i}-2\hat{j}+2\hat{k}$

(i) Find $\vec{a}\times\vec{b}$. **(2)**

(ii) Find the unit vector perpendicular to both $\vec{a}$ and $\vec{b}$. **(1)**

(iii) Find the area of parallelogram whose adjacent sides are $\vec{a}$ and $\vec{b}$. **(1)**

15. Find the shortest distance between the lines : **(4)**

$\vec{r}=(\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k})+\lambda(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k})$ and

$\vec{r}=(2\hat{i}-\hat{j}+4\hat{k})+\mu(2\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k})$

12. ഇന്റഗ്രേഷൻ ഉപയോഗിച്ച $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ എന്ന എലിപ്സ് വലയം ചെയ്യുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടെത്തുക. **(4)**

13. (i) $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഡിഗ്രി

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) Not defined **(1)**

(ii) $\frac{dy}{dx} = (1 + x^2)(1 + y^2)$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കണ്ടെത്തുക. **(3)**

14. $\vec{a} = \hat{i} - 7\hat{j} + 7\hat{k}$

$\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ എന്നീ വെക്ടറുകൾ പരിഗണിക്കുക.

(i) $\vec{a} \times \vec{b}$ കണ്ടെത്തുക. **(2)**

(ii) $\vec{a}$, $\vec{b}$ എന്നീ രണ്ട് വെക്ടറുകൾക്കും ലംബമായിട്ടുള്ള വെക്ടർ കണ്ടെത്തുക. **(1)**

(iii) $\vec{a}$, $\vec{b}$ എന്നിവ സമീപ വശങ്ങളായ സാമാന്തരികത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടെത്തുക. **(1)**

15. $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) + \lambda(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$

$\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k})$

എന്നീ വരകൾ ക്കിടയിലെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ അകലം കണ്ടെത്തുക. **(4)**

16. Bag-I contains 3 red and 4 black balls, while Bag-II contains 5 red and 6 black balls. One of the bag is selected at random and a ball is drawn out of it. If the ball drawn is found to be red, find the probability that it was from Bag-II. **(4)**

Answer any 3 questions from 17 to 20. Each carries 6 scores. **(3 × 6 = 18)**

17. Solve the following system of equations using matrix method :

$$x + y + z = 3$$

$$2x + y + z = 4$$

$$2x - y + z = 2$$ **(6)**

18. (i) If $y = x^x$ find $\frac{dy}{dx}$. **(2)**

(ii) If $x = at^2$ and $y = 2at$, find $\frac{dy}{dx}$. **(2)**

(iii) The radius of a circle is increasing uniformly at the rate of 5 cm/sec. Find the rate at which the area of the circle is increasing when the radius is 8 cm. **(2)**

19. (i) $\int \frac{1}{x^2 - a^2}\, dx =$ ________. **(1)**

(ii) Find : $\int \frac{1}{x^2 + 4x - 5}\, dx$ **(2)**

(iii) Evaluate : $\int_2^3 \frac{x}{1 + x^2}\, dx$ **(3)**

16. ബാഗ്-I ൽ 3 ചുവപ്പ് പന്തുകളും 4 കറുത്ത പന്തുകളും, ബാഗ്-II ൽ 5 ചുവന്ന പന്തുകളും 6 കറുത്ത പന്തുകളും അടങ്ങിയിരിക്കുന്നു. റാൻഡമായി ഒരു ബാഗ് തെരഞ്ഞെടുക്കുകയും അതിൽ നിന്ന് ഒരു പന്ത് പുറത്തേക്ക് എടുക്കുകയും ചെയ്തു. പുറത്തേക്ക് എടുത്ത പന്ത് ചുവപ്പു നിറത്തിലുള്ളതാണ് എങ്കിൽ അത് ബാഗ്-II ൽ നിന്നും ആവാനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി കണ്ടെത്തുക. **(4)**

17 മുതൽ 20 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 3 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക. 6 സ്കോർ വീതം. **(3 × 6 = 18)**

17. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സമവാക്യങ്ങളുടെ പരിഹാരം മെട്രിക്സ് ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടെത്തുക :

$$x + y + z = 3$$
$$2x + y + z = 4$$
$$2x - y + z = 2$$

(6)

18. (i) $y = x^x$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കണ്ടെത്തുക. **(2)**

(ii) $x = at^2$, $y = 2at$ എന്നിവ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കണ്ടെത്തുക. **(2)**

(iii) ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ആരം 5 cm/sec എന്ന നിരക്കിൽ വർദ്ധിക്കുന്നു. ആരം 8 cm ആകുമ്പോൾ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവിലുണ്ടാവുന്ന മാറ്റത്തിന്റെ നിരക്ക് കണ്ടെത്തുക. **(2)**

19. (i) $\int \frac{1}{x^2 - a^2}\, dx =$ ________. **(1)**

(ii) $\int \frac{1}{x^2 + 4x - 5}\, dx$ കണ്ടെത്തുക. **(2)**

(iii) $\int_2^3 \frac{x}{1 + x^2}\, dx$ ന്റെ വില കണ്ടെത്തുക. **(3)**

20. Solve the LPP graphically : **(6)**

Maximize

$Z = 250x + 75y$

subject to

$5x + y \leq 100$

$x + y \leq 60$

$x \geq 0$

$y \geq 0$

20. LPP യുടെ പരിഹാരം ഗ്രാഫ് വരച്ച് കണ്ടെത്തുക : **(6)**

Maximize

$Z = 250x + 75y$

subject to

$5x + y \leq 100$

$x + y \leq 60$

$x \geq 0$

$y \geq 0$